

特別支援学校におけるテクノロジーを活用した 数学教材の開発とその指導法

中込雄治*・生野金三**

* 埼玉学園大学人間学部子ども発達学科

** 生活文化科 国語教育研究室

Developing Teaching Materials in Mathematics in Special Needs Education School

Yuji NAKAKOMI and Kinzo SHONO

* *Department of Child Development, Saitam Gakuen University*

** *Department of Human Sciences and Arts, Jissen Women's University*

Science Partnership Project (SPP) by Japan Science and Technology Agency is aimed at stimulating the scientific interest of the junior high school students and high school students. Based on this project, we performed math class using a computer in a special needs education school from 2008 to 2010. We picked up the "tessellation of figures" and "solid of revolution" as the contents of this math class. In this paper, we describe the educational effectiveness of mathematics teaching materials developed by using geometry software in this project.

Key words : special needs education school (特別支援学校),
developing teaching materials in mathematics (数学教材の開発),
tessellation of figures (図形の敷き詰め), solid of revolution (回転体)

1. はじめに

サイエンス・パートナーシップ・プロジェクト (SPP) は、独立行政法人科学技術振興機構が理数教育の充実に関する施策の一環として行っているものである。東京都立村山特別支援学校の中学部・高等部では、平成 20 年度から平成 22 年度にかけて「研究者を講師とする講座型の学習活動」としてこの SPP を実施している。村山特別支援学校は肢体不自由校であり生徒の障害の種類は多様であるが、学習に対して意欲的な生徒が多く在籍している。SPP では、障害のために定規やコンパスをうまく使えない生徒 (中高生) を対象にして数学の講座 (授業) を行った¹⁾。

講座の内容を検討するにあたっては、テクノロジー (ここではコンピュータで作動する図形ソフト) の活用を前提とすることにした。図形ソフトを使うと、コンピュータにつないだマウスを操作するだけで直線・円・多角形などをディスプレイ上に描くことができる。また角の二等分線の作図なども実際に定規とコン

パスを使った場合と同じ手順で作図することができる。そこでこの SPP の講座ではこうした図形ソフトを活用して図形教材を開発していくことを考えた。

図形ソフトを活用する利点としては、

①図形をディスプレイ上に簡単に描画できる。

②描画した図形を変形することができる。

③図形的なシミュレーションが行える。

などが挙げられる²⁾。そこで特別支援学校での SPP で扱う題材を選定するにあたっては、村山特別支援学校中学部数学教諭新野順子氏と協議し、それまで十分には対応しきれていなかった図形分野に照準を絞り、上記の①②③のそれぞれに対応させた内容として、円による模様作り、四角形による敷き詰め模様作り、回転体作りなどを取り上げることにした³⁾。

本稿では、この SPP での実践を通して上記のような題材が特別支援学校における図形教材として扱えることを示し、こうした学習内容を指導するにあたり、テクノロジー (図形ソフト) を活用して開発した図形

教材が、どのような面で有効な役割を果たすかを明らかにする。またこのような図形教材の開発における発展性についても触れる。

2. 特別支援学校で行った SPP の講座の流れ

平成 20 年度の SPP の講座「コンパスで模様を描く」⁴⁾において、生徒達は実際に「コンパスでいろいろな大きさの円を描き、模様を作り、色を塗る」などの作業活動を体験した（コンパスで円を描くときは、介助の教員が作図する用紙の方を動かすなどして、生徒達が達成感を持てるように工夫した）。こうした作業活動を通して生徒達の作図に対する興味関心が高まったことを受けて、平成 21 年度の SPP では図形ソフトで模様を描くという作業活動を行った。具体的にはマウスを操作しながらパソコンのディスプレイ上に「円による模様」を描いたり、点対称図形の作図をもとにして「四角形による敷き詰め模様」を作成したりするなどの体験をした⁵⁾。さらに平成 22 年度の SPP でも図形ソフトを活用して線対称図形をもとにして「回転体」を作製するという体験をした⁶⁾。なお、この講座では Cabri という図形ソフトを用いた。

3. 「円による模様」の講座

3-1. 展開と指導

平成 21 年度の SPP の講座「円による模様」においては、まず図形ソフトでの円・弧・線分などの描き方を解説しながらパソコンの基本的な操作方法を押さえた。その後に生徒各自がマウスを操作して円をもとにした模様を作っていた（マウス操作が困難な生徒は専用のスティック型ポインティングデバイスを使用して図形を描画した）。

3-2. 生徒作品と考察

以下は生徒が作成した円による模様の作品の一部である。

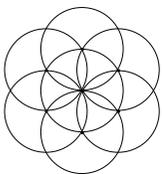


図 1 生徒作品 1

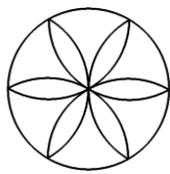


図 2 生徒作品 2

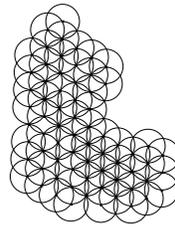


図 3 生徒作品 3

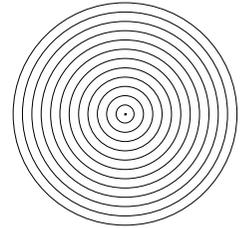


図 4 生徒作品 4

生徒作品 1 は、同一半径の 7 個の円で構成されている。真中を中心とする円の円周上に残りの 6 個の円の中心を等間隔にとり、調和のとれた模様になっている。この真中に中心のある円の内部に描かれた円弧だけを残して、外側にある円弧を消したものが生徒作品 2 である。生徒作品 3 は生徒作品 1 を増殖させるようにして作成されたものである。生徒作品 4 では 12 個の同心円が描かれている。こうした生徒作品から、円の定義（1 点から等距離にある点の集合）や性質（対称性など）が意識化されている様子がうかがえる。

3-3. 効果と発展

「円による模様」の講座では、「図形をディスプレイ上に簡単に描画できる」という図形ソフトの利点を活用した。生徒達の作品から円の定義や性質に対する理解を深めている様子が見て取れたが、生徒達の作品の出来栄から、今後は「円による模様」をさらに発展させて、例えば「円と弧で作る顔」（図 5）のような円で絵を描くという課題にしても十分に対応でき、より創造的活動につなげることができると思われる。

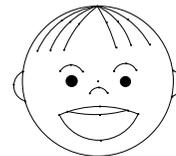


図 5 円と弧で作る顔

4. 「四角形による敷き詰め模様」の講座

4-1. 展開と指導

続いて行った「四角形による敷き詰め模様」の講座では、まず任意の四角形を描かせ（図 6）、その四角形の辺の中点を対称の中心として点対称の図形を作図させた（図 7）。そうした作業の繰り返しにより敷き詰め模様を作っていた。

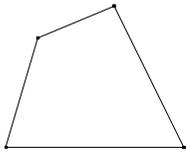


図 6

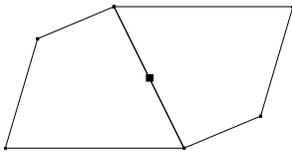


図 7

生徒達は、作図パターンを獲得すると繰り返し作業を根気よく続け、短い時間であったにもかかわらず、それぞれがそれなりに個性的な作品を仕上げた。

4-2. 生徒作品と考察

以下に生徒が作成した敷き詰め模様の作品を示す。

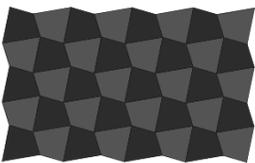


図 8 生徒作品 5-1



図 9 生徒作品 5-2

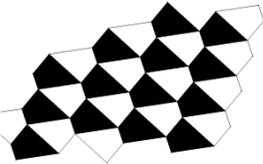


図 10 生徒作品 6

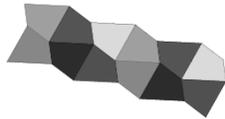


図 11 生徒作品 7

「四角形による敷き詰め模様」は任意の四角形をもとにして敷き詰め模様を作成させているが、そのもとの四角形の形をいろいろな形に変形させることができ、どんなに変形させても敷き詰め模様になっていることが確認できる（「生徒作品 5-1, 5-2」参照）。このような操作活動によって、実はどのような四角形でも敷き詰め模様ができるのだということに気付いている生徒達の様子が見て取れた。

4-3. 効果と発展

「四角形による敷き詰め模様」の講座では、「描画した図形を変形することができる」という図形ソフトの利点を活用した。もともとなる四角形（はじめに描いた四角形）を変形させることにより、描画したすべての四角形がそれに連動して変形する様子を生徒自らの操作で確認することができ、このことから生徒達がどんな四角形でも敷き詰め模様ができるということ把握している様子がうかがえた。勝手に図形を変形させら

れることから、今後は例えば四角形を三角形に変形したらどうなるか（図 12）などの探究活動に発展させていくことが考えられる。

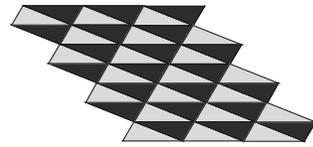


図 12

5. 「回転体」の講座

5-1. 展開と指導

平成 22 年度に行った「回転体」の講座では、実際に三角形や長方形などを回転させてその像を確認させたり、図 13 のような絵を見せてこれらの回転体のもとになる図形を考えさせたりして、回転体の特徴をつかませた。

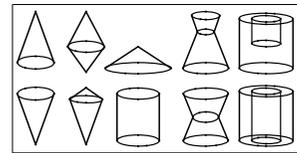


図 13

実際に回転体を演示で見せる際には、ある程度の回転速度がないとそれらしく見えないことから、小型モータを利用して軸を回すなど工夫を凝らした。こうして回転体を具体的に把握させた後、いよいよ生徒各自に回転体のもとになる図形を作成させた。最終的にはその図形を紙から切り抜いて軸（竹ひご）に貼り付け回転させて、その回転体の像を確認した。軸に貼り付ける作業は講師の方で行ったが、もとになる図形を作成する箇所では、生徒自身がいろいろなシミュレーションを行えるように図形ソフトを活用した。パソコンの画面上に表示された点をマウスでクリックしながら結んでいくことにより、生徒は自由に図形をつくることができ、その図形が回転したときの様子をパソコンの画面上で確認できるような教具を図形ソフトを用いて開発した。表示される点の数は 25 個のパターンと 45 個のパターンの 2 通りを用意し、簡単な図形からはじめて複雑な図形も描けるように工夫した（図形ソフトを用いて開発したこの教具の作成方法とその使用方法に関しては 7）を参照）。

5-2. 生徒作品と考察

(1) 見通しを持って作成された「回転体」

以下に生徒が作成した回転体の作品を示す。「生徒Aの作品」「生徒Bの作品」「生徒Cの作品1」は25個の点をもとにした作品であり、それ以外は45個の点をもとにした作品である。

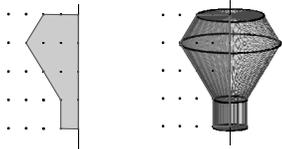


図14 生徒Aの作品「気球」

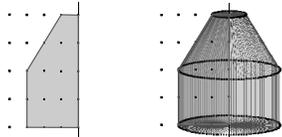


図15 生徒Bの作品「ペットボトル」

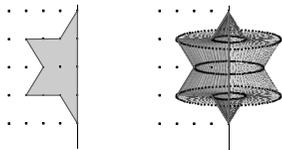


図16 生徒Cの作品1「太鼓」

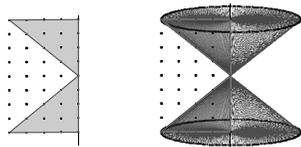


図17 生徒Cの作品2「砂時計」

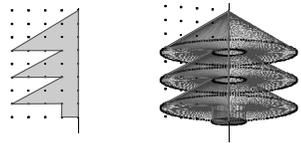


図18 生徒Cの作品3「クリスマスツリー」

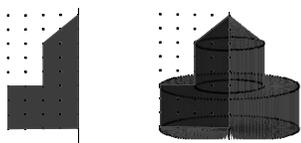


図19 生徒Dの作品1「つみきの城」

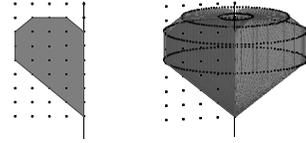


図20 生徒Dの作品2「ハートゴマ」

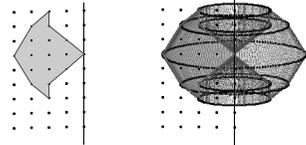


図21 生徒Eの作品「イチョウとギンナン」

生徒が自分の作品を作る過程で、もとの図形をどのように作ればどのような結果（回転体）が現れるかをパソコンの画面上で確認することができるので、そうしたシミュレーションを通して作品の質を向上させていった様子がうかがえた。例えば、生徒Aの作品「気球」、生徒Bの作品「ペットボトル」、生徒Cの作品1「太鼓」のそれぞれの作品名は、もとの図形を作った後、その回転の様子をパソコンで確認してから付けた作品名であったが、生徒Cの作品2「砂時計」、生徒Cの作品3「クリスマスツリー」、生徒Dの作品1「つみきの城」、生徒Dの作品2「ハートゴマ」、生徒Eの作品「イチョウとギンナン」は、はじめに作品名を考えてから自らのイメージに合った作品を作り上げており、もとなる図形はそれぞれ見通しを持ち計画的に作られたものであった。また生徒Eの作品「イチョウとギンナン」などは、回転する前の形がイチョウの葉で、回転したときにできる形がギンナンであるという意味が込められた作品名であり、生徒の豊かな発想力に驚かされる作品である。

(2) 「回転体」のイメージ

見通しを持って作品を作ったということは、点や線分が回転したときに、どのような図形ができるかをイメージしているということである。つまり次の①②のように、点と線分が回転したときにどのようなようになるかがイメージでき、それらを組み合わせることによって見通しを持って作っていると考えられる。（今回の講座では取り上げなかったが、この教具は③のように円の回転体も描くことができる。）

① 点…点は円になる（図22の上図）。

② 線分…軸に対して斜めの線分は円錐台の側面、線

分の端が軸上にあれば円錐の側面になる (図 23)。軸に対して平行な線分は円柱の側面、軸に対して垂直な線分はドーナツ盤になる (図 24)。線分の端が軸上にあれば円盤になる。

③ 円…円はドーナツ型になる (図 22 の下図)。

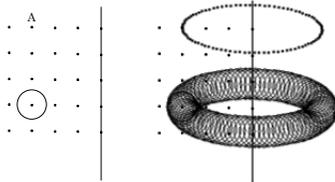


図 22 点と円の軌跡

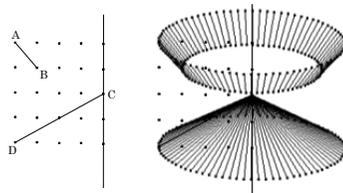


図 23 線分の軌跡

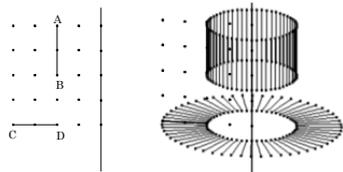


図 24 線分の軌跡

5-3. 効果と発展

「回転体」の講座では、「図形的なシミュレーションが行える」という図形ソフトの利点を活用し、回転軸の横に生徒達が独自に描いた図形を、実際に回転させたらどのような回転体になるか、それがディスプレイ上で確認できる教具を開発した。試行錯誤を繰り返した末に生徒達が見通しを立てて作品を作っていた様子から、点や線分をどのように配置すればどんな回転体が出来上がるかをイメージできるようになっていることがわかる。このことから、図形ソフトはこうしたシミュレーションを行う教具を開発する上でも有効であることがわかった。

図形ソフトのこうした活用場面としては、例えば数学的遠近法 (絵画における奥行を表現する方法)

のような画法を学習する場面などが考えられる。図 25 は図形ソフトで作成した数学的遠近法を学ぶためのパソコンの画面である (ここでは GeoGebra という図形ソフトを用いた)。図 25 の左側の図は、視点 (P) と対象物 (直方体 ABCD-EFGH) と平面 α (画面) の位置関係を見取図法で表したものである。点 O を三次元空間における直交座標の原点と想定すると、視点 P の空間上の位置は座標 (Px, Py, Pz) で表わされることになる。ここでは、Px と Pz の位置を自在に変化できるように作成した。点 Q は、空間上の点 P から平面 α に下ろした垂線の足を示しており、直線 PzQ は視点の高さのライン (アイレベル) を表している。

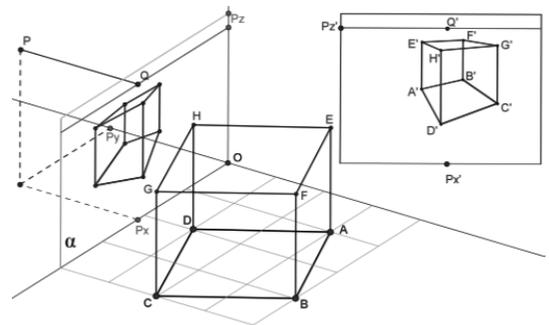


図 25

図 26 は図 25 の右上の部分の拡大図であり、視点 P の位置を決めたときに、そこから見える直方体を数学的遠近法によって描画したものになっている。図 26 では視点の位置が直方体よりも高いところにあるので、直方体を見下げた描画になっている。図 27 は、図 26 における視点の位置を下方へ鉛直移動させたものである。このように視点 P の位置を様々に変化させたときに、直方体 ABCD-EFGH の見え方がどのように変わるかをシミュレーションすることができる。こうしたことから消失点の位置などがどのように変化するかを確認することができる。

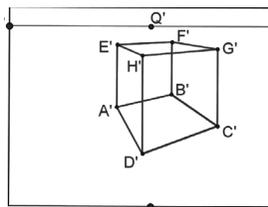


図 26

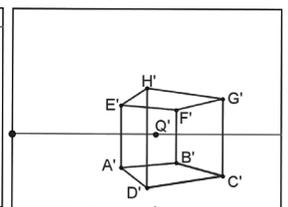


図 27

6. まとめ

本稿では、「円による模様」「四角形による敷き詰め模様」「回転体」のような題材が特別支援学校における図形教材として扱えることを示すとともに、こうした学習内容を指導するにあたり、図形ソフトを活用して開発した図形教材が有効な役割を果たすことを明らかにした。さらにこのような図形教材の開発における発展性にも触れた。

この実践において紹介した生徒達の作品は、図形ソフトならではの所産であると言える。こうした点から図形ソフトを活用した教材は、特別支援学校における生徒達にとって、障害の有無にかかわらず数学に親しめ、図形教育の可能性を広げていくものであると考えられる。

註

- 平成20年度の講師は黒木伸明氏（上越教育大学名誉教授）、平成21・22年度の講師は黒木伸明氏と中込雅治が務めた。
- 図形ソフトの利点に関する先行研究としては、清水・垣花（1996）、佐伯・磯田・清水（1997）、諸星（2005）などがある。
- 他に「コンパスで模様を描く」「サッカーボールを作製する」「展開図から多面体を作製する」などの図形ソフトを使わない講座も行い、黒木氏が担当した。図形ソフトを活用した講座に関しては、「円による模様」を黒木氏と中込が、「四角形による敷き詰め模様」と「回転体」は中込が担当した。
- 「コンパスで模様を描く」の講座は、平成20年6月中学1・2年生計4人を対象に2コマ行われた。
- 「円による模様」と「四角形による敷き詰め模様」の講座は、平成21年6月中学2・3年生5人を対象にそれぞれ3コマと4コマ行われた。なお、これらの講座をはじめるとは、村山特別支援学校中学部数学教諭新野順子氏が事前の授業において図形の基本的な用語確認を行い、また点対称に関してはパターンブロックを使っての確認作業も行った（基本的な用語とは、直線・線分・頂点・角度・垂直・垂線・角の二等分線・円・半径・中心・線対称・点対称などである）。
- 「回転体」の講座は、平成22年9月中3生高1生計5人を対象に5コマ行われた。
- 実際の講座で活用した教具（点が25個の場合）は以下のように作成した（なお、Cabriで「回転体」を表示させる方法は、他にも様々な方法が考えられる）。

【教具の作成方法】（表示される点の個数が25個の場合）

- 点Oを決め、点Oにおいて直交するに直線を引く。
- 直線上に点A,Bを取り、点A,Bと点Oに関して対称な点A',B'をとる。

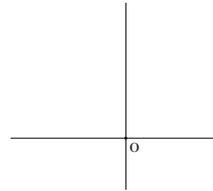


図 28

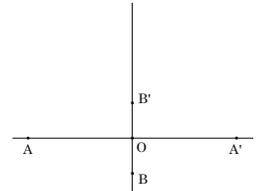


図 29

- 点Cを適当にとり、5点A, B, A', B', Cを通る楕円を描く。楕円上に任意の点Pを取る。
- 点Pを通り直線BB'に平行な直線を引き、その直線上に点Qを適当な位置に取る。

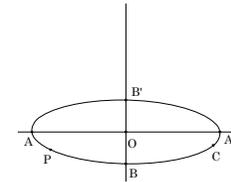


図 30

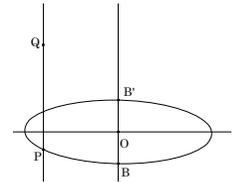


図 31

- 線分PQの中点Rを取り、線分PR, QRの中点をそれぞれS, Tとする。
- 線分POを引き、中点Lを取り、線分OL, PLの中点をそれぞれM, Nとする。

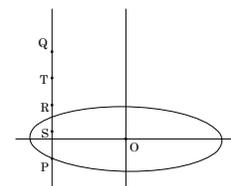


図 32

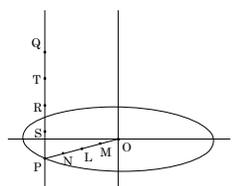


図 33

- 点Qを通り、直線POに平行な直線を引き、直線BB'との交点をUとする。
- 線分QUの中点Vを取り、線分UV, QVの中点をそれぞれW, Xとする。

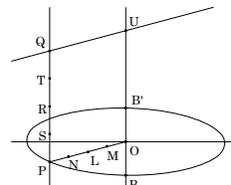


図 34

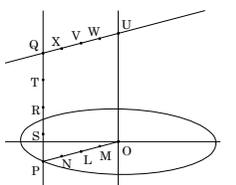


図 35

- (9) 線分 PQ に対して 3 点 R, S, T を取ったのと同様にして, 線分 OU, MW, LV, NX のそれぞれに対しても 3 点をとる。

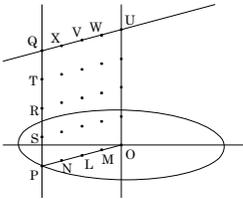


図 36

- (10) 直線 OU 以外の直線・線分・楕円を非表示にする。

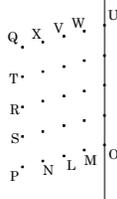


図 37

- (11) 点 P を動かして, 点 P, N, L, M, O が下図のように一直線上に並ぶようにする。

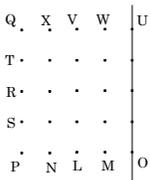


図 38

- (12) 記号は便宜上付けていたので, 実際は一本の直線と点が 25 個 (直線上の点も含む) 表示されていることになる。



図 39

【回転体を描く方法】

- (1) 25 個の点からいくつかを選び多角形を描く。「多角形」を選択し, 例えば次のように点 A, B, C, D, E, F, G, H を結ぶ。

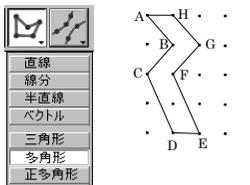


図 40

- (2) 「塗りつぶし」を選択し, 多角形 ABCDEFGH を塗りつぶす。

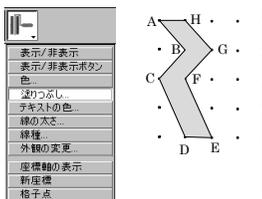


図 41

- (3) 「トレース オン/オフ」を選択し, 多角形 ABCDEFGH と点 A, B, C, D, E, F, G, H を選ぶ。

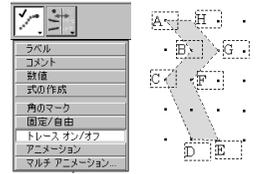


図 42

- (4) 「アニメーション」を選択し, 左下端の点 P をアニメーション機能で動かす。(実際には点 P は非表示)

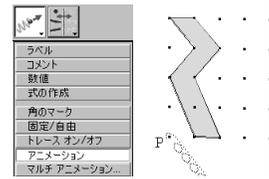


図 43

- (5) 多角形 ABCDEFGH が直線 (軸) の回りを回転し, その軌跡が回転体として表示される。回転を止めるには ESC キーを押す。

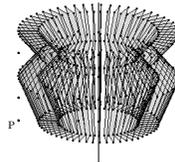


図 44

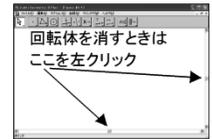


図 45

参考文献

清水克彦・垣花京子 (1996), 「学校数学における実験・観察的方法の導入と証明の機能の変化についての考察: コンピュータによる実験数学と証明」, 日本数学教育学会第 29 回数学教育論文発表会論文集, pp.223-228

佐伯昭彦・磯田正美・清水克彦編著 (1997), 「テクノロジーを活用した新しい数学教育」, 明治図書

諸星雄大 (2005), 「図形の動的な見方を育成する教材の開発: 回転体に焦点を当てて」, 日本数学教育学会第 38 回数学教育論文発表会論文集, pp.349-354

中込雄治・新野順子・佐藤ざん子 (2010), 「特別支援学校での図形教育における指導法」, 日本数学教育学会誌臨時増刊第 92 回総会特集号, p.220

中込雄治・新野順子・黒木伸明 (2011), 「特別支援学校における図形教育の試み」, 日本数学教育学会誌臨時増刊第 93 回総会特集号, p.287