

幼児の立方体の構成と展開図の心的操作に関する研究

渡辺 敏

生活文化学科 初等教育(算数)研究室

Research on how the young children construct a solid and imagine a solid from its unfolded plane.

Satoshi WATANABE

Department of Human Science and Arts, Jissen Women's University

The purpose of this study is to describe and analyze the mental rotation of young children. The study addressed the observation of young children construct a solid and imagine a solid from its unfolded plane. First subject is making solid its same color surfaces facing each other. 5 years children were tend to construct a solid using same color. (58.5%) 6-7 years children were tend to construct a solid using its unfolded plane. (78%, 64.7%) Second subject is making a solid from its unfolded plane using mental rotation. 5-6 years children scored, 28.3%, 26.6%, to imagine a solid from its unfolded plane. 7-years children scored 61.6%, to imagine a solid from its unfolded plane. The result indicate that at first young children change how to make a solid from using surface as its looks, to using unfolded plane. Mental rotation of young children from 2-D (unfolded plan) to 3-D (solid) develop with using construct a solid from its unfolded plane and they will get image of making a solid in their sense.

Key words: young children (幼児), mental rotation (心的操作), geometry (幾何学), mathematics (数学)

1. 先行研究とその課題

これまでに多くの研究者が空間認知と数学の成績には関係があると指摘している。(Guay & McDaniel, 1977; Lean & Clements, 1981) また、空間認知の中でも、空間で物事を考える能力である空間感覚は、数学的なコンピテンシーと関係が深いといわれる。(Wheatley, Brown, & Solano, 1994)

McGee (1979) は空間感覚 (spatial sense) には空間的方向付け (spatial orientation) と空間的視覚化と想像力 (spatial visualization and imagery) の 2 つがあると提唱している。

空間的視覚化と想像力について、山崎 (1989) や狭間 (2002) は質問紙を用いた量的な研究で児童、生徒の調査をし、その発達の傾向について知見を得ている。小学校高学年から中学校での空間図形の学習では、実際の授業を通した研究が多く取り組み、児童、生徒の空間を考える力を育てるカリキュラムや指導方法に、多くの知見を得てきた。(國宗他、2008)

このように空間で物事を考える能力の研究、発達の傾向に関する研究や、実際の指導に関する研究が継続して取り組まれてきた。しかし、小学校低学年や幼児の空間で物事を考える力に関する研究は少ない。狭間 (2002) の研究では小学校 1-3 年では、「図の見えによる、一面的な視点、大きさより形に注目などの判断とみられる。」(狭間、2002、p218) と低学年での特徴を述べている。しかし具体的な記述が少ないため、幼児がどのように空間で物事を考える力を身につけていくのか、どのような指導が助けとなるかという課題が残る。

空間感覚の得意な幼児が数学においても力を発揮する (Clements, 2003) ことはよく知られている。幼児が空間で物事を考える力を、どのように身につけるのか。その具体的な姿から明らかにする研究の知見は、その後の図形学習で児童、生徒が空間で物事を考える力の育成に生かされるはずだ。

2. 研究の目的

本研究の目的は幼児（幼稚園年長児 5 歳児、小学校 1 年生 6 歳児、2 年生 7 歳児）の立方体の構成と展開図の心的操作を観察し、個々の取り組みからそれぞれの空間認知の特徴を考察し、図形教育の知見を得ることである。

(1) 研究の背景

筆者は 1 年生から 6 年生に 5 種類の立体（三角錐、四角錐、1 面少ない立方体、立方体、直方体）の様々な展開図を見せ、組み立てて、その立体になるかを心的操作で考える調査をした。（渡辺、2010）その結果、1 面少ない立方体では、指導がある 4 年生以前に、正答率の高い展開図が、1 年生からみられた。

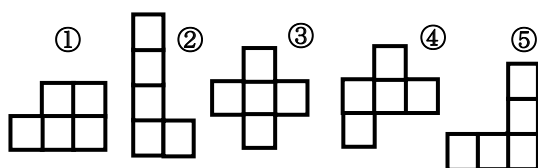
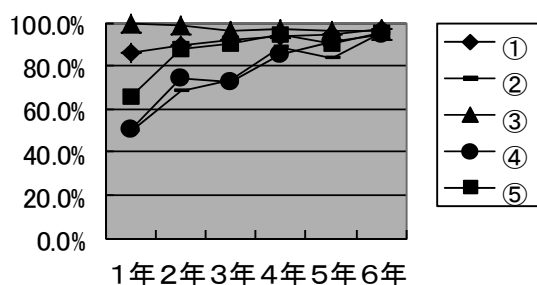


図1 1面少ない立方体の展開図の心的操作の正答率

そこで小学校低学年児童及び幼稚園児がどのような入学以前の幼児が、どのように立方体の構成と心的操作を理解しているのかを調査し、発達の傾向を考察し、その知見を小学校 4 年生以降の図形教育に生かしたいと考えた。

3. 研究方法

(1) 対象児童

国立大学附属幼稚園（男児 10 名 女児 7 名）

国立大学附属小学校 1 年生（男児 7 名 女児 2 名）

国立大学附属小学校 2 年生（男児 5 名 女児 12 名）

(2) 調査に用いた教具

本調査では教具として幾何学玩具のポリドロンを使用した。この教具は正方形のピースの着脱が簡単にできる。また着けた辺で正方形が動かせるため平面図形がどのように立体図形になるかを具体的な操作から観察することが容易である。

(3) 調査期間と方法

調査期間は 2013 年 6 月である。教師と幼児が 1 対 1 の対面の形式で行った。1 問ずつ幼児に作業課題を出し、答えさせた。作業に取り組む様子を録画し、その様子を分析した。

(4) 調査問題

「立方体の構成」と「展開図の心的操作」の問題を出し、その様子を観察した。立方体の構成は以下の問題を行った。

問題 1 この箱は、上と下がどこも同じ色になっています。この箱と同じ箱を作ってください。

教師が 2 枚のポリドロンをつないで 90 度曲げて曲がる様子を見せる。その後、問題 1 の組み立てた立方体を見せ「この箱と同じ形に作ってください。」と話し立方体を構成させた

展開図の心的操作の問題 2 では上の底面の無い立方体を置き、教師が展開図を順に見せ「組み立てると、この箱になるかな。ならないかな。頭の中で考えて。」と話し出題した。

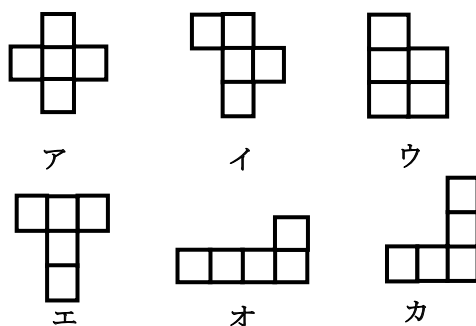


図2 1面少ない立方体の展開図の心的操作の問題

幼児、児童は考えて「なる」「ならない」「分からない」で答えた。

1 面少ない立方体アの展開図は図 1 でも記した 1 年生で正答率が最も高かった展開図である。幼児でも同様の傾向がみられるかどうか調べるために選んだ。イ、エ、オは面を曲げて立ち上げたり、面をつなげたまま折り曲げたりすると組み立てられる。ウは折り曲げられない、カは組み立てると面が重なる。どのような展開図の心的操作が、幼児、小学生にとって困難かを観察するために、6 つの展開図を選んだ。

5 面の展開図で調査を行ったのは、6 面の展開図の正答率と大きな違いがないという先行研究（渡辺、2010）があったからである。

(5) 調査結果の考察

幼児、小学生一人一人の取り組みの様子を録画し、取り組みの傾向を分析するとともに、立方体の構成と心的操作の関連を考察した。

なお、この研究はお茶の水女子大学倫理審査を経て行われた。

4. 調査結果

(1) 立方体を構成する幼児、1 年生、2 年生の姿

幼児 17 名、小学校 1 年生 9 名、2 年生 17 名の正方形の構成する方法を観察したところ、以下の 6 種類の取り組みが見られた。

①、底面に向かい合う 1 組の側面を立てる。次に底面に向かい合う上の底面をつける。最後に残った 1 組の側面をつける。

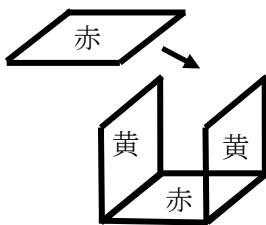


図3 底面に1組の側面を立て、上に底面をつける

①の方法で取り組んだ人数は幼時3人、1年生1人、2年生1人であった。それぞれの人数の割合は以下のとおりである。

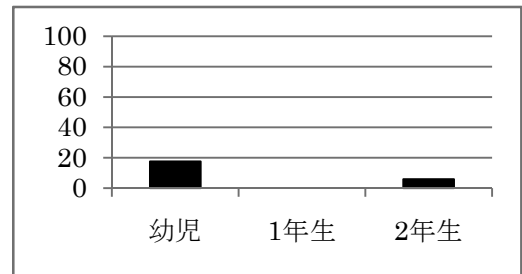


図4 ①の方法で取り組んだ人数の割合

②、底面に向かい合う 1 組の側面を立てる。次にもう 1 組の側面を立てる。最後に上の底面をつける。

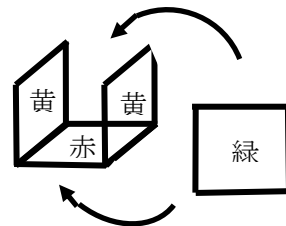


図5 底面に1組側面を立て、もう1組側面を立てる

②の方法で取り組んだ人数は幼時5人、1年生1人、2年生0人であった。それぞれの人数の割合は以下のとおりである。

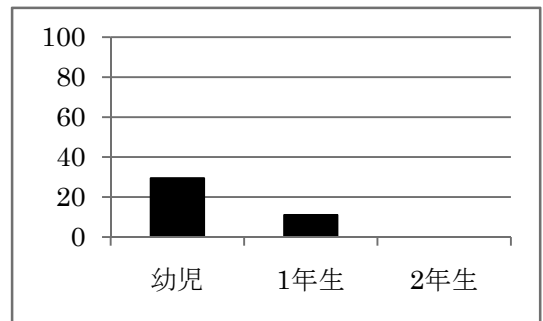


図6 ②の方法で取り組んだ人数の割合

③、底面に隣り合う側面を2枚立てる。それぞれの面と同じ色の側面を立て、最後に上の底面をつける。

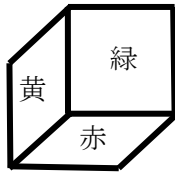


図7 底面に隣り合う側面を立てる

③の方法で取り組んだ人数は幼時2人、1年生0人、2年生5人であった。それぞれ人数の割合は以下のとおりである。

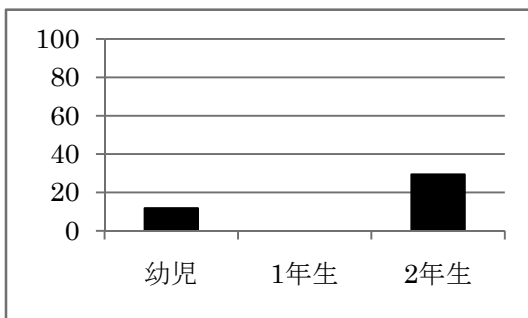


図8 ③の方法で取り組んだ人数の割合

④、側面4枚を縦につなげ、その後、組み立てる。最後に、上下に底面を加える。



図9 側面4枚を展開図に並べる

④の方法で取り組んだ人数は幼時4人、1年生1人、2年生0人であった。それぞれの人数の割合は以下のとおりである。

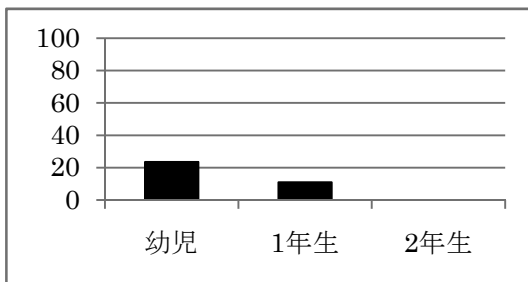


図10 ④の方法で取り組んだ人数の割合

⑤、5つの面で十字型の展開図を作る。この展開図を組み立て、最後に上の底面をつける

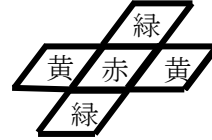


図11 5つの面を十字型の展開図に並べる

⑤の方法で取り組んだ人数は幼時2人、1年生4人、2年生6人であった。それぞれの人数の割合は以下のとおりである。

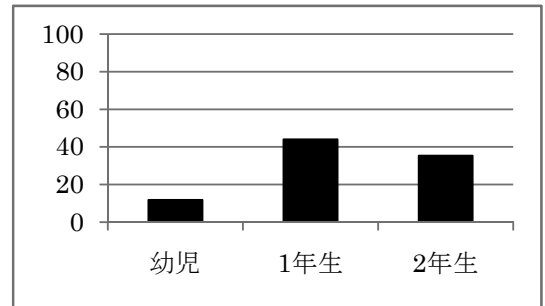


図12 ⑤の方法で取り組んだ人数の割合

⑥、6枚の面を十字架型の展開図に並べる。そして組み立てる。

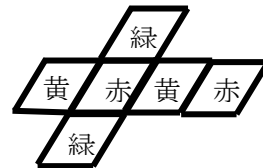


図13 6つの面を十字架型の展開図に並べる

⑥の方法で取り組んだ人数は幼時1人、1年生2人、2年生5人であった。それぞれの人数の割合は以下のとおりである。

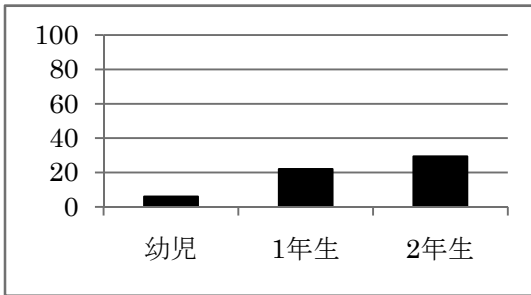


図 14 ⑥の方法で取り組んだ人数の割合

①から⑥の取り組み方法を比較すると、①、②、③は、見本の立方体の向かい合う面が同じ色であることを手掛かりに構成した方法である。④、⑤、⑥は立方体の展開図を手掛かりに構成した方法である。それぞれの方法で取り組んだ幼児、1年生、2年生の割合を以下に示す。

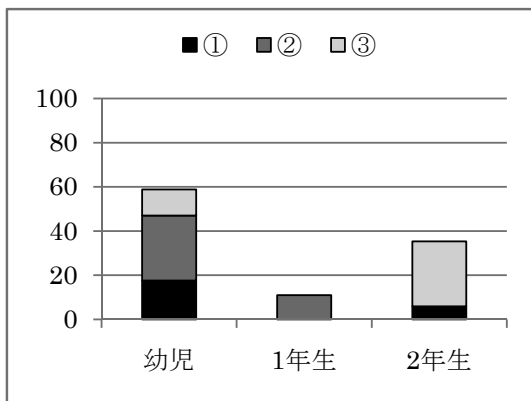


図 15 ①、②、③の方法で取り組んだ人数の割合

幼児は① 17.6%② 29.4%③ 11.8%と合わせて 58.8%と 6 割近い割合の人数が取り組んでいる。1 年生は 11%、2 年生は 35.3%と幼児ほど多くない。

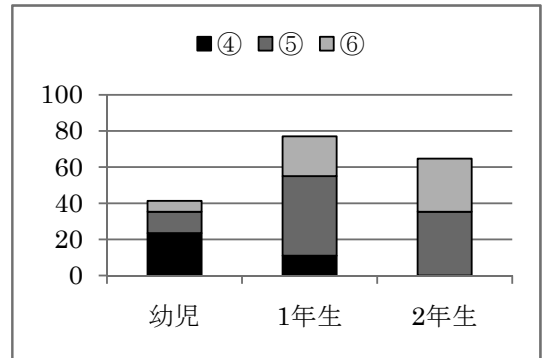


図 16 ④、⑤、⑥の方法で取り組んだ人数の割合

④、⑤、⑥の方法の合計の割合は幼児で約 4 割である。しかし、1 年生、2 年生は約 6 割を割合が展開図を基に構成している。個別に見ていくと④の側面を展開図に並べて構成する方法は幼時に 29.4%と 3 割近い通り組が見られるが、1 年生 11%、2 年生 0%とほとんど取り組みが見られない。逆に⑤、⑥の底面を中心とした十字の展開図を基にした構成は幼児が 11.8%と少ないが、1 年生 66%、2 年生 64.7%と割合が多くなっている。幼児、児童一人ずつに下の 1 面少ない展開図を見せ、組み立てるとふたのない箱になるかどうかを頭の中で考えさせた。それぞれの展開図の心的操作の正答率を以下に示す。

(2) 立方体の展開図を心的操作する幼児、1 年生、2 年生の姿

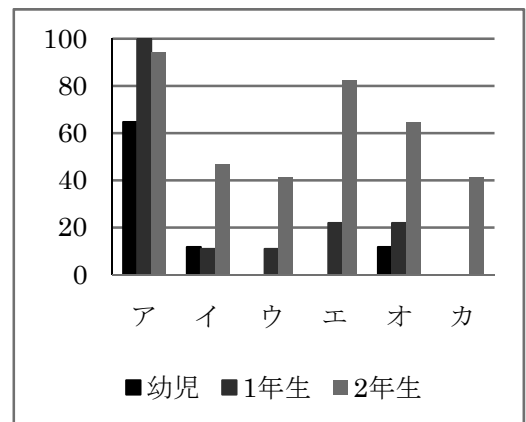


図 17 幼児、小学校 1 年生、2 年生の 1 面少ない立方体の展開図心的操作の正答率

アの展開図については幼時の時から正答率が高いことが分かる。その他の展開図は、幼児、1年生までは正答率に大きな変化はなく、どちらも低い状態である。2年生になると、それまで正答率の低かった展開図の正答率が上昇していることが分かる。特に、エ、オ、カの展開図での正答率の伸びが著しい。

① 幼児の心的操作の様子

調査した幼児の中で1名に心的操作が観察された。この幼児の取り組み方は他の幼児と明らかに違っていた。じっと考え、考えながら手が自然に組み立てるような動きをしていた。

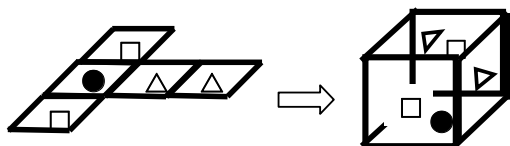


図 18 T字型展開図の●を底面にして構成した立方体

この幼児はT字型（エ）の展開図では「向きが変わってもいいの。」と教師に質問した。まず、T字の●の面を底面とし口の面を立ち上げる。その後、●の下の2つの△の面を持ち上げて組み立てる。すると上の底面の無い立方体を倒した形になる。この形が見本の立方体の向きと違うため、この幼児は質問をしていたのだ。そこまで構成する過程がイメージできていたことが分かる。

積山（2005）の手の向きのメンタルローテーション研究では、手を動かさずに答えるように指示し実験しても1年生では40人中16人が手を動かしてしまっている。「手のメンタルローテーションは6歳でも可能であるが、この段階では実際の身体運動への依存が強い。」（積山、2005、p10）というように、実際の身体運動を伴うことで心的操作がしやすくなることが考えられる。

この幼児はアの展開図の他にウ、オの展開図と合計3問を心的操作で「できる」と答えた正答した。この幼児を除いた17名の正答数の平均は6問中1.7問であった。他の幼児と比べ正答数が多いことが分かる。このことから、5歳の幼児の中には2次元の平面図形

を3次元の立方体に心的操作で構成することができる場合があることを示している。

② 小学校1年生の心的操作の様子

小学校1年生9名に平均正答数は1.6問であった。幼児の平均正答数とほぼ同じである。小学校1年生の児童1名に手を動かし観念運動で心的操作をする姿は見られた。しかし、この幼児の正答数は2問で、観念運動で正確な心的操作は行えていなかった。1年生に3問以上正答する児童がなく、観念運動と心的操作の関連は考察できなかった。

③ 小学校2年生の心的操作の様子

展開図6問の心的操作の平均正答数は3.7問であった。幼児、1年生よりも正答数が上がっていることが分かる。

小学校2年生で心的操作の際に、手が動く観念操作を示した児童が7名いた。全体の41.1%と、半数近い割合の児童が手を動かし心的操作する様子が見られた。この7名の平均正答数は4.1問であった。うち2名は6問全問正解。1名は5問。2名は4問。2名は2問であった。観念運動をする児童の中にも正確にイメージできる児童とそうでない児童がいることが分かる。

また、幼児、1年生よりも長い時間考える姿が見られた。1つの問題を10秒以上考える児童が7名と全体の41.1%であった。手を動かす観念運動と長い時間考えることの両方の姿が見られた児童は3名いた。長い時間考えた児童7名の平均正答数は3.7問と平均とほぼ同じである。そのうち2名は6問全問正解であった。

2年生17名中3名が6問全問正解であった。この児童3名中、1名は観念運動を使って、1名は長い時間考えて、もう1名は観念運動と長い時間考える両方に取り組み全問正解した。

④ 幼時から小学校1年生、2年生の心的操作の傾向

幼時から1年生、2年生と心的操作の様子の観察を通して2つの傾向がみられた。

1つ目は2年生になると観念運動による心的操作や長い時間かけての心的操作ができるようになる児童の割合が高くなるということである。2つ目は幼時、1年生にも少ないながら心的操作ができる幼児、児童がいるということである。

5. 調査結果の考察

(1) 立方体の構成と展開図の心的操作の関係

立方体の構成を幼児、1 年生、2 年生と観察した時に、幼児は見本の立方体の向かい合う面が同じであることを確認しながら 1 つ 1 つの面を構成していくのに対して、1 年生以降は立方体の展開図を用いて構成する傾向が大きくなることが観察された。

また、展開図の心的操作は幼時、1 年生とはほぼ同様にできない。しかし、2 年生になると心的操作に手を動かす観念運動や、長い時間考えることで出来る児童の割合が増えるということが観察された。

このことから、まず幼児は立方体の面の関係を 2 次元の展開図に並べ、立方体が構成できることを具体的操作で理解する。具体的操作の経験は心的なイメージとなり、2 次元の展開図を頭の中で 3 次元に組み立てるような具体的な場面で活用されることが考えられる。

(2) 立方体の構成方法と、心的操作の関連

心的操作ができた幼児と小学校 1 年生、2 年生の立方体の構成方法と心的操作の関連について考察する。

4、(2)、②で示した幼児の立方体の構成と、展開図の心的操作の関連を考える。この幼児は唯一、6 枚の面を展開図に並べ立方体を構成した。展開図の心的操作でも、観念運動をして 6 問中 3 問、正しく念頭で構成している。

しかし、1 年生で 6 枚の面を展開図に並べ立方体を構成した児童 2 名は、展開図の心的操作で正答数が 1 問と 2 問であった。この 2 名は立方体の構成と、心的操作の関連は見られなかった。

2 年生では 5 名の児童が 6 枚の面を十字架型の展開図に並べ立方体を構成した。この 5 名は、展開図の心的操作での正答数が 5 問であった。全体の平均の 3.7 問よりも高い正答率である。その内 2 名は全問正解であった。この中の一人は手を動かす観念運動でも心的操作と、長い時間をかけた心的操作の姿が見られた。

このことから展開図で立方体を構成することができるとともに、心的操作での構成も可能になる傾向が強いことが考えられる。

(3) 小学校の図形教育への知見

幼児、小学校 1 年生、2 年生と成長する中で、1 年

生くらいから、立方体を展開図から構成できるようになる。この活動を十分行うことで得られる経験が、その後の展開図の心的操作につながる事が予想される。1 年生の学習の中で、立体を展開図から構成する活動、また、展開図を分解する活動を十分行うことで、その後、4 年生で学習する立体図形の心的操作に役立つことが期待できる。

6. 今後の課題

今回の調査は、ある時期の幼児、小学校 1 年生、2 年生の立方体の構成と心的操作の様子を観察し、その姿からわずかな知見を見出したすぎない。幼児がどのように平面と空間の関係を理解していくのか、個々の幼児を継続的に観察し、その過程を明らかにしていくことは課題である。

幼児の具体的な操作活動は、その後、9 歳までに急速にイメージの内化が進む。(積山、2005) また、2 年生では空間的直観力によってメンタルローテーションの課題を遂行するが、学年があがるにしたがって、それらの能力を使わず、言語的能力によって課題を遂行するようになっていく。(塩見・中島、1989) このような認知心理学の知見を生かし、幼児が空間で考える力を身につける活動や学習のありかた、そして、1 年生の空間図形の指導の在り方を具体的な事例とともに研究したい。このような知見をもとに、その後の立体図形の学習の在り方を考えたい。

本研究は平成 25 年度科学研究費補助金(奨励研究) 25909047 の助成を受けて行われた。

引用・参考文献

- Clements, D. H. (2003). Geometric and Spatial Thinking in Early Childhood Education. *Engaging Young Children in Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, 275-284.
- Guay, R. B., & McDaniel, E. (1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal for Research in mathematics Education*, 8, 211-215.
- 狭間節子. (2002). 児童・生徒の空間思考の発達に関する研究. 大阪教育大学紀要 第 V 部門 第 50 巻, 第 2 号, 213-233.
- 影山和也. (2000). 空間的思考の階層性に関する考察. 全国数学教育学会誌, 数学教育研究, 第 6 巻, 163-173.

- 國宗進、八田弘恵、熊倉啓之、近藤裕. (2008). 空間図形についての理解に関する研究—小中高を見通した空間図形カリキュラム—. 数学教育論文発表会論文集, 41, 381-386.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86, 889-918.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space*. (F. J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). New York: Norton.
- 積山薫. (2005). 手の脳内表象. 電子情報通信学会 技術研究報告, HIP, ヒューマン情報処理, 105, 7-12.
- Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171, 701-703.
- 塩見邦夫・中島宏. (1989). 小学生のメンタルローテーションと知的能力との関係について. 発達心理学研究, 37, 55-60.
- Lean, G., & Clements, M. A. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 267-299.
- 渡辺敏. (2010). 小学校算数科における立体の念頭操作に関する研究. 日本数学教育学会誌, 92 (10), 12-23.
- 渡辺敏. (2013). 5 歳児と 6 歳児の立体の構成と念頭操作に関する研究. 日本数学教育学会, 秋期研究大会発表収録, 235-238.
- Wheatley, G. H. (1990). Spatial sense and mathematics learning. *Arithmetic Teacher*, 37 (6), 10-11.
- Wheatley, G. H., Brown, D. L., & Solano, A. (1994). Long term relationship between spatial ability and mathematical knowledge. In D. Kirshner (Ed.), *Proceedings of the sixteenth annual meeting of North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp225-231). Baton Rouge: Louisiana State University.
- 山崎七重. (1989). 2 次元図形に関する Spatial Ability の発達についての一考察. 数学教育論文発表会論文集, 22, 175-180.